

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – settembre 2023**



**Domanda 1 (punti 3).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x + 6}\right)$$

Dominio	$E = (-6, 2) \cup (3, +\infty)$
Positività	$P = (-6, 0) \cup (6, +\infty)$
Intersezioni	$A(0; 0) \quad B(6; 0)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + x - 2} - \sqrt{9x^2 + 5x})$  e  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - x^2 - 6x}{e^{x^3 - 4x} - 1}$

Soluzioni	$-2/3; 7/4$
-----------	-------------

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x \cdot e^{x^2 - 3x}$

Derivata prima	$f' = e^{x^2 - 3x} \cdot (2x^2 - 3x + 1) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(1/2; e^{-5/4}/2) \quad m(1; e^{-2})$ cresce in $(-\infty, 1/2) \cup (1, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log\left(\frac{x^4}{x-3}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{3(x-4)}{x \cdot (x-3)} \quad E = (3, +\infty)$
Derivata seconda	$f'' = -\frac{3(x^2 - 8x + 12)}{x^2 \cdot (x-3)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F(6; \log 432) \quad \text{convessa in } (3, 6)$

**Domanda 5 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{2x^4 + x^2 - 6x + 4}{(x-1) \cdot (x^2 - 4)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, 1, 2\}$
As. verticali	$x = -2, x = 1 \text{ e } x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2x + 2$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^2 \left( \frac{4x+1}{2x+4} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot e^{2-4x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $2x - \frac{7}{2} \log(2x+4)$ $4 - \frac{7 \log(2)}{2} \approx 1,5740$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{16} e^{2-4x} \cdot (1+4x) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 1 \\ k \cdot x + y - 4z = 3 \\ 2x + 3y + k \cdot z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -2; 7$ : incompatibile $k \neq -2; 7$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-5k}{-2k^2 + 10k + 28}; y = \frac{-k^2 + 18k + 28}{-2k^2 + 10k + 28}; z = \frac{-3k - 14}{-2k^2 + 10k + 28}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = -4x^2 + 2x \cdot y + 9x - 2y^2 - 4y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x - 2y = 5$ .

Derivate parziali	$f_x = -8x + 2y + 9 \quad f_y = 2x - 4y - 4$
Estremi liberi	$M(1; -1/2) \quad z = 13/2 \quad H = 28$
Estremi vincolati	$M(1; -2) \quad \lambda = -3 \quad z = 2$ $H = 28$

**Domande teoriche.**

- 1) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4\*)
- 2) Operazioni sui limiti e forme indeterminate (punti 2, 4\*)
- 3) Definizione di derivata parziale e regola di calcolo (punti 2, 4\*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con \*.*